ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.

IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

1. Честица масе мировања m и импулса p у лабораторијском систему референције распала се на две честице. Одредити масу мировања прве честице (m_1) ако је позната маса мировања друге честице m_2 и њен импулс p_2, као и угао θ_2 између правца кретања честице масе m_2 и правца кретања честице масе m пре распада. **[20 поена]**

2. Одредити вредност полупречника r честице космичке прашине (сматрати је апсолутним црним телом, јако удаљеним од Сунца) сферног облика густине $\rho = 2\,\mathrm{g/cm^3}$ за које ће радијациона сила изотропног зрачења Сунца која делује на честицу бити једнака гравитационој сили којом Сунце делује на честицу. Сунце сматрати апсолутно црним телом температуре $T_\mathrm{S} = 5780\ \mathrm{K}$. Користити следеће бројне вредности: маса Сунца $M_\mathrm{S} = 1{,}99 \cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}$, полупречник Сунца $R_\mathrm{S} = 6{,}96 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m}$, Штефан-Болцманова константа $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$, брзина светлости у вакууму $c = 2{,}998 \cdot 10^{8}\ \mathrm{m/s}$, универзална гравитациона константа $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3 \cdot kg^{-1} \cdot s^{-2}}$. Занемарити утицај зрачења и гравитације других тела. **[20 поена]**

3. Два танка сочива, једно сабирно а друго расипно једнаких жижних даљина f, постављена су тако да су њихове оптичке осе међусобно паралелне на растојању h, при чему је растојање између сочива $d = f$ (слика 1). Тачкасти извор светлости постављен је на оптичку осу сабирног сочива на растојању $3f/2$ од његовог центра.
а) Одредити растојање између тачкастог извора светлости и његовог лика у датом оптичком систему. **[13 поена]**
б) Скицирати начин формирања коначног лика тачкастог извора светлости у датом оптичком систему. **[7 поена]**
Напомена. Решење под б) се неће признавати ако нису приказани карактеристични зраци, јасно означени елементи сочива, као и јасно приказан коначни лик који се формира у датом оптичком систему.

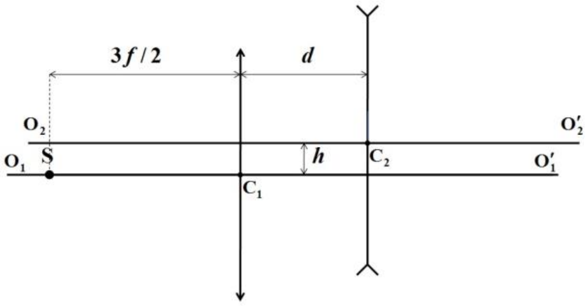
4. **а)** Електронска плазмена кружна фреквенција ω_pe зависи од наелектрисања електрона e, концентрације електрона n_e (број електрона по јединици запремине), диелектричне пропустљивости вакуума ε_0 и масе електрона m_e тј. облика је $\omega_\mathrm{pe} = e^{\alpha} \cdot n_\mathrm{e}^{\beta} \cdot \varepsilon_0^{\gamma} \cdot m_\mathrm{e}^{\delta}$. Димензионом анализом одредити израз за ω_pe. **[10 поена]**

Напомена. Обавезно независно решавати делове задатка а) и б).

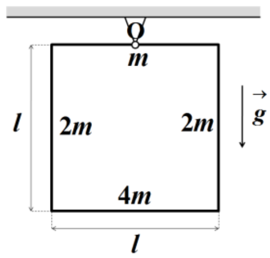
б) Дебајев радијус плазме за електроне r_de зависи од Болцманове константе k_B, апсолутне температуре електрона T_e, масе електрона m_e и електронске плазмене кружне фреквенције ω_pe тј. облика је $r_\mathrm{de} = k_\mathrm{B}^{a} \cdot T_\mathrm{e}^{b} \cdot m_\mathrm{e}^{c} \cdot \omega_\mathrm{pe}^{d}$. Димензионом анализом одредити израз r_de. **[6 поена]**

в) Израчунати Дебајев радијус плазме за електроне за следеће вредности параметара плазме $n_\mathrm{e} = 1 \cdot 10^{19}\ \dfrac{\mathrm{elektrona}}{\mathrm{m^3}}$ и $T_\mathrm{e} = 7 \cdot 10^{4}\ \mathrm{K}$. Користити следеће бројне вредности: диелектрична пропустљивост вакуума $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \dfrac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}}$, Болцманова константа $k_\mathrm{B} = 1{,}38 \cdot 10^{-23}\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$, елементарно наелектрисање $|e| = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$. **[4 поена]**

5. Рам облика квадрата састоји се од четири круто спојена хомогена штапа једнаких дужина l и неједнаких маса $m, 2m$ и $4m$. Рам је окачен за средину једне своје странице (тачка О) за непокретни плафон (слика 2). Рам може слободно да ротира без трења и отпора средине у вертикалној равни у гравитационом пољу Земље, око осе која пролази кроз тачку О и нормална је на површину рама. Одредити период малих осцилација рама када се он изведе из равнотежног положаја. Убрзање силе Земљине теже g и дужину странице l рама сматрати познатим. Момент инерције крутог и хомогеног штапа масе M и дужине L у односу на осу која пролази кроз центар масе штапа и нормална је на штап износи $I = \frac{ML^2}{12}$. **[20 поена]**



Слика 1



Слика 2

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

*** У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.**

Задатке припремио: Владимир Чубровић;
Рецензент: проф. др Милан Ковачевић, ПМФ, Крагујевац
Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: проф. др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!

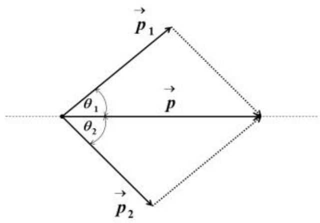
IV разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

РЕШЕЊА-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

1. Применом косинусне теореме на троугао приказан на дијаграму импулса честица (слика1) (последица закона одржања импулса $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$) добијамо једначину $p_1^2 = p^2 + p_2^2 - 2pp_2\cos\theta_2$ **[7п]**. (1). При томе важе следећи изрази $E = \sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}$ **[1п]**, $E_1 = \sqrt{p_1^2c^2 + m_1^2c^4}$ **[1п]**, $E_2 = \sqrt{p_2^2c^2 + m_2^2c^4}$ **[1п]**. Према закону одржања енергије следи једначина $E = E_1 + E_2$ **[3п].** Решавањем претходних једначина добијамо $m_1 = \sqrt{m^2 + m_2^2 - \frac{2}{c^2}\left[\sqrt{(p^2 + m^2c^2)(p_2^2 + m_2^2c^2)} - pp_2\cos\theta_2\right]}$ **[7п].**



Слика 1

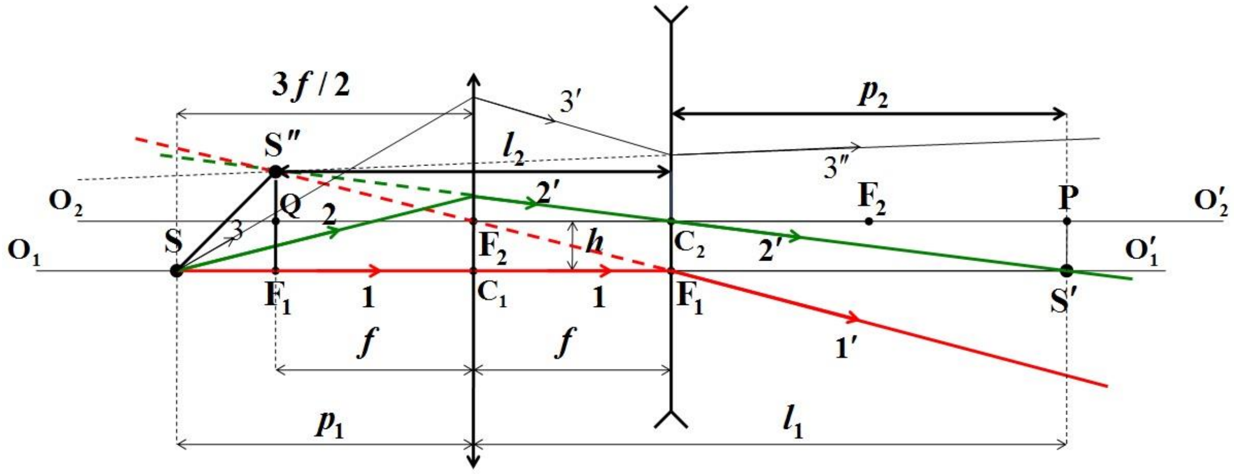
2. Ако на тело падне ΔN_i фотона (енергија појединачног фотона је $h\nu_i$) за време Δt, при чему при апсорпцији један фотон предаје импулс $h\nu_i / c$ телу, тада је укупна радијациона сила која делује на тело $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{c}\cdot\frac{\sum_i \Delta N_i h\nu_i}{\Delta t}$ **[2п]**. На тело доспева зрачење које прође кроз површину $S = r^2\pi$, при чему је $\frac{\sum_i \Delta N_i h\nu_i}{\Delta t} = \frac{P_S}{4\pi d^2}\cdot r^2\pi$ **[7п]** (где је d растојање између Сунца и тела, а $\frac{P_S}{4\pi d^2}$ интензитет зрачења Сунца на растојању d). Снага зрачења Сунца је $P_S = \sigma T_S^4 \cdot 4\pi R_S^2$ **[4п]** , тако да је $\frac{\sum_i \Delta N_i h\nu_i}{\Delta t} = \frac{\sigma T_S^4 \cdot 4\pi R_S^2}{4\pi d^2}\cdot r^2\pi$, па је радијациона сила која делује на тело $F = \frac{\sigma T_S^4 R_S^2}{cd^2}\cdot r^2\pi$ **[2п]**. По услову задатка је $\frac{\sigma T_S^4 R_S^2}{cd^2}\cdot r^2\pi = G\frac{M_S m}{d^2}$ **[2п]**, при чему је маса тела $m = \frac{4}{3}r^3\pi\cdot\rho$, па након решавања добијамо $r = \frac{3\sigma T_S^4 R_S^2}{4cGM_S\rho} \approx 0{,}29\,\mu\text{m}$ **[2+1п]**.

3. Посматрамо два зрака, зрак 1 и зрак 2. Зрак 1 се креће дуж оптичке осе сабирног сочива, пролази кроз његов центар и не прелама се, а затим паралелно са оптичком осом расипног сочива пада на расипно сочива и прелама се, при чему се расипа , зрак $1'$, тако да његов продужетак пролази кроз жижу F_2 расипног сочива. Зрак 2 који се креће ка првом сочиву , тако да се након преламања креће ка центру расипног сочива, зрак $2'$, пролази кроз центар расипног сочива без преламања. У пресеку продужетака зрака $1'$ и зрака $2'$ формира се имагинаран лик S'' тачкастог извора светлости S. Начин формирања коначног лика предмета у датом оптичком систему је приказан на слици 2. **Тачно скициран начин формирања коначног лика предмета у датом оптичком систему (видети напомену у поставци задатка) носи 7 поена.**

Да нема расипног сочива лик S' тачкастог извора светлости S би се формирао на оптичкој оси сабирног сочива на растојању $l_1 = \frac{p_1 f}{p_1 - f} = 3f$, јер је $p_1 = 3f/2$, од центра сабирног сочива **[2п]**. Како постоји преламање на расипном сочиву пре него што се формира лик S', лик S' ће бити имагинаран предмет за расипно сочиво на растојању $p_2 = 2f$ од расипног сочива, а формираће имагинаран лик S'' на растојању l_2 од расипног сочива.

Једначина за преламање на расипном сочиву у том случају има облик $-\frac{1}{p_2}-\frac{1}{l_2}=-\frac{1}{f}$ **[4п]** тако да је $l_2=\frac{p_2 f}{p_2-f}=2f$ **[2п]**, па се може уочити да ће се имагинарни лик $\mathrm{S''}$ формирати у жижној равни сабирног сочива.

Тада је $\overline{\mathrm{F_1S''}}=h+\overline{\mathrm{QS''}}$ **[1п]** при чему је $\frac{\overline{\mathrm{QS''}}}{\overline{\mathrm{PS'}}}=\frac{l_2}{p_2}=1$ **[2п]**. Како је $\overline{\mathrm{PS'}}=h$ тада је $\overline{\mathrm{QS''}}=h$ и $\overline{\mathrm{F_1S''}}=2h$. Тражено растојање је $\overline{\mathrm{SS''}}=\sqrt{\left(\overline{\mathrm{SF_1}}\right)^2+\left(\overline{\mathrm{F_1S''}}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2+(2h)^2}$ **[2п].**



Слика 2

$\boxed{4.}$ **а)** Зависност је облика $\omega_{\mathrm{pe}}=e^{\alpha}\cdot n_{\mathrm{e}}^{\beta}\cdot\varepsilon_0^{\gamma}\cdot m_{\mathrm{e}}^{\delta}$, а димензионо $\left[\mathrm{s^{-1}}\right]=\left[\mathrm{A\cdot s}\right]^{\alpha}\cdot\left[\mathrm{m^{-3}}\right]^{\beta}\cdot\left[\mathrm{A^2\cdot s^4\cdot kg^{-1}\cdot m^{-3}}\right]^{\gamma}\cdot\left[\mathrm{kg}\right]^{\delta}$ **[1п],** односно $[\mathrm{s^{-1}}]=\left[\mathrm{A}\right]^{\alpha+2\gamma}\cdot\left[\mathrm{m}\right]^{-3\alpha-3\beta}\cdot\left[\mathrm{s}\right]^{\alpha+4\gamma}\cdot\left[\mathrm{kg}\right]^{-\gamma+\delta}$ **[1п],** тако да добијамо **четири** једначине $\alpha+2\gamma=0$ **[1п],** $-3\alpha-3\beta=0$ **[1п],** $\alpha+4\gamma=-1$ **[1п]** и $-\gamma+\delta=0$ **[1п]**. Решавањем једначина добијамо $\alpha=1$ **[1п],** $\beta=\frac{1}{2}$ **[1п],** $\gamma=-\frac{1}{2}$ и $\delta=-\frac{1}{2}$ **[1п],** тако да је тражени израз $\omega_{\mathrm{pe}}=\sqrt{\frac{e^2 n_{\mathrm{e}}}{\varepsilon_0 m_{\mathrm{e}}}}$ **[1п].**

б) Зависност је облика $r_{\mathrm{de}}=k_{\mathrm{B}}^{a}\cdot T_{\mathrm{e}}^{b}\cdot m_{\mathrm{e}}^{c}\cdot\omega_{\mathrm{pe}}^{d}$, а димензионо $\left[\mathrm{m}\right]=\left[\mathrm{m^2\cdot kg\cdot s^{-2}\cdot K^{-1}}\right]^{a}\cdot\left[\mathrm{K}\right]^{b}\cdot\left[\mathrm{kg}\right]^{c}\cdot\left[\mathrm{s^{-1}}\right]^{d}$ **[0,5п],** односно $[\mathrm{m^1}]=\left[\mathrm{m}\right]^{2a}\cdot\left[\mathrm{kg}\right]^{a+c}\cdot\left[\mathrm{s}\right]^{-2a-d}\cdot\left[\mathrm{K}\right]^{-a+b}$ **[0,5п],** тако да добијамо **четири** једначине $2a=1$ **[0,5п],** $a+c=0$ **[0,5п],** $-2a-d=0$ **[0,5п] и** $-a+b=0$ **[0,5п]**. Решавањем једначина добијамо $a=\frac{1}{2}$ **[0,5п],** $b=\frac{1}{2}$ **[0,5п],** $c=-\frac{1}{2}$ **[0,5п]** и $d=-1$ **[0,5п],** тако да је тражени израз $r_{\mathrm{de}}=\sqrt{\frac{k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{e}}}{m_{\mathrm{e}}}}\cdot\frac{1}{\omega_{\mathrm{pe}}}$ **[1п]**.

в) На основу претходних резултата Дебајев радијус плазме за електроне је $r_{\mathrm{de}}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0 k_{\mathrm{B}}T_{\mathrm{e}}}{e^2 n_{\mathrm{e}}}}\approx 5{,}78\cdot 10^{-6}\ \mathrm{m}$ **[2+2п].**

5. Рам описан у поставци задатка представља физичко клатно. Период осциловања физичког клатна тј. у овом случају рама је дат формулом $T_{\mathrm{r}} = 2\pi\sqrt{\dfrac{I_{\mathrm{r}}^{(\mathrm{O})}}{m_{\mathrm{ru}} \cdot g \cdot d_{\mathrm{cm}}^{(\mathrm{O})}}}$ **,** где је: $I_{\mathrm{r}}^{(\mathrm{O})}$ - момент инерције рама у односу на осу ротације, m_{ru} - укупна маса рама, а $d_{\mathrm{cm}}^{(\mathrm{O})}$ растојање центра масе рама од тачке вешања О. Укупна маса рама је $m_{\mathrm{ru}} = 9m$. **Ако је све претходно написано доделити [3п]**.

Центар масе рама , у равнотежном положају, у односу на тачку О је $x_{\mathrm{cm}} = 0$ и $y_{\mathrm{cm}} = \dfrac{4m \cdot l + 2m \cdot \dfrac{l}{2} + 2m \cdot \dfrac{l}{2} + m \cdot 0}{4m + 2m + 2m + m} = \dfrac{2}{3}l$ **[4п]** па је $d_{\mathrm{cm}}^{(\mathrm{O})} = y_{\mathrm{cm}} = \dfrac{2}{3}l$ **[1п].** Момент инерције рама у односу на осу ротације је $I_{\mathrm{r}}^{(\mathrm{O})} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4$. Даље је редом $I_1 = \dfrac{(4m)l^2}{12} + 4m \cdot l^2$ **[2п]**, $I_2 = \dfrac{(2m)l^2}{12} + 2m \cdot \left(\sqrt{(l/2)^2 + (l/2)^2}\right)^2$ **[2п]**, $I_3 = \dfrac{(2m)l^2}{12} + 2m \cdot \left(\sqrt{(l/2)^2 + (l/2)^2}\right)^2$ **[2п],** и $I_4 = \dfrac{ml^2}{12}$ **[2п],** тако да је $I_{\mathrm{r}}^{(\mathrm{O})} = \dfrac{27}{4}ml^2$ **[2п].** Период осциловања рама је $T_{\mathrm{r}} = 3\pi\sqrt{\dfrac{l}{2g}}$ **[2п].**