ТАКМИЧЕЊЕ ИЗ ФИЗИКЕ УЧЕНИКА СРЕДЊИХ ШКОЛА
ШКОЛСКЕ 2020/2021. ГОДИНЕ.

II разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете науке и технолошког развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

ЗАДАЦИ-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

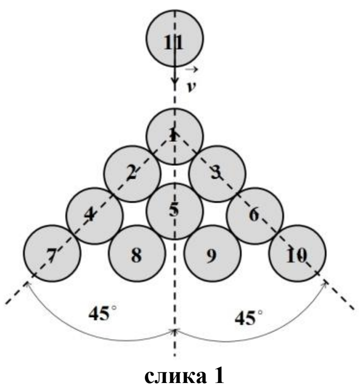
1. Десет пакова (крути хомогени дискови,1-10) налази се на хоризонталној подлози у међусобном положају као што је приказано на слици 1 и мирују. Ка паку број 1 креће се пак број 11 брзином интензитета v у правцу и смеру као што је приказано на слици 1. Ако су сви судари апсолутно еластични и тренутни, одредити коначне интензитете брзине сваког пака. Трење у систему занемарити. Сви пакови су једнаких маса и димензија. **[20 поена]**

2. Произвољна топлотна машина, чије је радно тело идеалан гас, ради између два резервоара на температурама T_1 и $T_2\,(T_2 > T_1)$ у неком кружном процесу. Показати да је за такву машину укупни рад који она изврши у једном циклусу дат изразом $A = A^* - T_1\Delta S_R$, где је A^* рад Карноове машине која ради између резервоара на датим температурама, а ΔS_R је укупна промена ентропије оба резервоара (топлог и хладног). **[20 поена]**

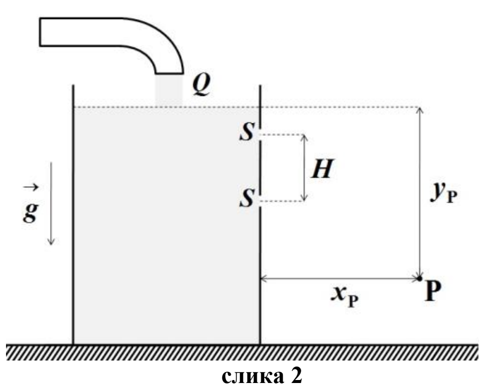
3. У непокретној посуди која је напуњена водом направе се истовремено два једнака мала отвора површине $S = 0{,}2\,\mathrm{cm}^2$, један испод другог на растојању $H = 50\,\mathrm{cm}$. Посуда истовремено почиње да се пуни помоћу додатне цеви која остварује запремински проток воде од $Q = 140\,\mathrm{cm}^3/\mathrm{s}$ (слика 2). Одредити вредности координата ($x_\mathrm{P}, y_\mathrm{P}$) пресека млазова (тачка P) из отвора, ако се положај тачке P не мења током времена. Површине отвора су много мање од површине попречног пресека посуде. **[20 поена]**

4. На слици 3 приказана су два цилиндрична суда која су спојена помоћу цевчице и вентила, при чему је вентил затворен. У првом цилиндричном суду пречника основе $d_1 = 1{,}2\,\mathrm{m}$, отвореном при врху, налази се вода густине $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, чија се слободна површина налази на висини $H_1 = 2{,}7\,\mathrm{m}$ у односу на дно другог цилиндричног суда. Други цилиндрични суд пречника основе $d_2 = 1{,}6\,\mathrm{m}$ и висине $H_2 = 1{,}4\,\mathrm{m}$ у потпуности је испуњен ваздухом на притиску $p_1 = 54\,\mathrm{kPa}$. Затим се вентил отвори. Одредити вредност висине до које ће се вода попети у другом суду. Температура ваздуха у другом суду се не мења. Ваздух сматрати идеалним гасом. Атмосферски притисак је $p_\mathrm{at} = 101{,}3\,\mathrm{kPa}$. Убрзање силе Земљине теже је $g = 9{,}81\,\mathrm{m/s^2}$. Решења квадратне једначине $ax^2 + bx + c = 0$ су $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ и $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. **[20 поена]**

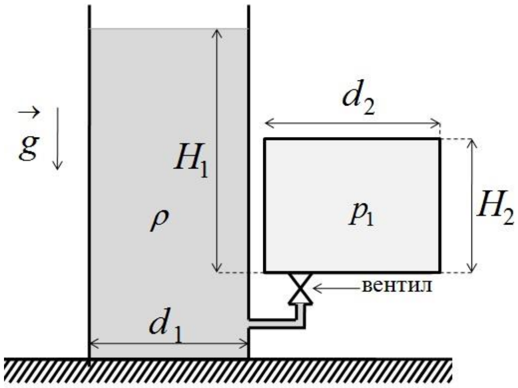
5. Један мол идеалног једноатомског гаса пролази кроз кружни циклус $1 \to 2 \to 3 \to 1$ који је приказан на $T - V$ дијаграму (слика 4). Током процеса $1 \to 2$ температура гаса се мења у зависности од запремине по закону $T = \alpha V^2$, где је α позитивна константа. Током циклуса однос максималног и минималног притиска гаса је $\dfrac{p_\mathrm{max}}{p_\mathrm{min}} = 2$. Ако током процеса $1 \to 2$ гас прими количину топлоте $Q_1 = 120\,\mathrm{J}$, одредити укупну количину топлоте коју гас ослободи током процеса $2 \to 3$ и $3 \to 1$. **[20 поена]**



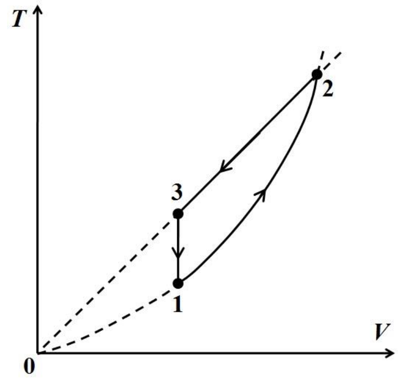
слика 1



слика 2



слика 3



слика 4

Решења свих задатака треба јасно образложити са јасно дефинисаним физичким законима и величинама које користите приликом решавања задатака. Нарочито дефинисати ознаке које уводите а које нису уобичајене.

* У алфа категорији такмиче се ученици који похађају одељења која раде по програмима специјализованих гимназија за област математика и физика.

Задатке припремили: Владимир Чубровић (1,3,4,5); доц. др Момир Арсенијевић (2), ПМФ, Крагујевац

Рецензент: проф. др Иван Живић, ПМФ, Крагујевац

Председник Комисије за такмичења ученика средњих школа: доц. др Владимир Марковић, ПМФ, Крагујевац

Свим такмичарима желимо успешан рад!

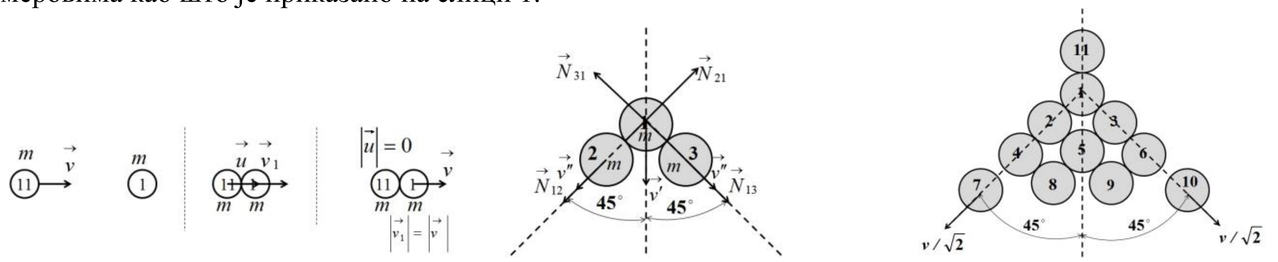
II разред

Друштво физичара Србије и Министарство просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије

ОКРУЖНИ НИВО
20. фебруар 2021.

РЕШЕЊА-АЛФА КАТЕГОРИЈА*

1. Након апсолутно еластичног и тренутног централног удара пака број 11 са паком број 1, пак број 11 ће се зауставити док ће пак број 1 наставити да се креће у истом правцу и смеру као и пак број 11 пре судара брзином v **[3п]** ($mv = mu + mv_1, \frac{mv^2}{2} = \frac{mu^2}{2} + \frac{mv_1^2}{2}, u = 0 \wedge v_1 = v$). Након тога следи судар пакова 1,2 и 3. Закон одржања импулса примењен на судар представљен је формулом $mv = mv' + 2mv''\cos 45^\circ$ **[2п]** тако да је $v = v' + v''\sqrt{2}$. Закон одржања енергије представљен је формулом $\frac{mv^2}{2} = \frac{mv'^2}{2} + 2\frac{mv''^2}{2}$ **[2п]** тј. $v^2 = v'^2 + 2v''^2$. Након решавања добијамо да је $v' = 0$ **[1п]** и $v'' = \frac{v}{\sqrt{2}}$ **[1п]**. Дакле пак број 1 се зауставља, а пакови 2 и 3 се крећу под углом од 45° једнаким брзинама $v'' = v/\sqrt{2}$. Пакови 2 и 3 се неће сударити са паком 5. Пак 2 ће се централно сударити са паком 4, а пак 3 централно са паком 6. Пак 4 неће се сударити са паком 8 већ централно са паком 7. Пак 6 неће се сударити са паком 9 већ централно са паком 10. Коначно сви пакови ће мировати, дакле интензитети брзина ће им бити једнаки нула **[9п]** осим пакова 7 и 10 који ће се кретати брзинама једнаких интензитета $v'' = v/\sqrt{2}$ **[2п],** у правцима и смеровима као што је приказано на слици 1.



слика 1

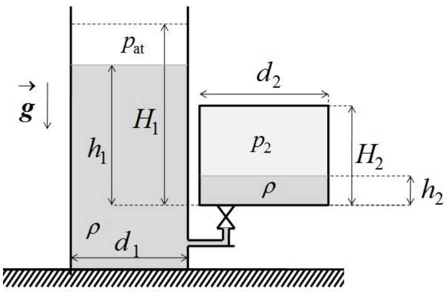
2. Рад који изврши Карноова машина је $A^* = \eta Q_2$ **[1п]**, где је $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$ **[3п]**. Код произвољне топлотне машине резервоар на температури T_2 предаје радном телу неку количину топлоте Q_2 која је за резервоар негативног предзнака, $Q_2 = -T_2\Delta S_2$ **[4п]**, а резервоар на температури T_1 прима од радног тела неку количину топлоте $Q_1 = T_1\Delta S_1$ **[4п]**. Укупна промена ентропије оба резервоара је $\Delta S_R = \Delta S_1 + \Delta S_2$ **[4п]**, одакле је $\Delta S_R = \frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2}$ (1). Рад који изврши топлотна машина је $A = Q_2 - Q_1$ (2) **[2п]**. Изражавањем Q_1 из (1) и уврштавањем у (2) добија се $A = Q_2\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) - T_1\Delta S_R$, одакле је $A = A^* - T_1\Delta S_R$ **[2п]**.

3. Означимо са h растојање од слободне површине воде до првог отвора. По Торичелијевој теореми вода истиче из првог отвора брзином $v_1 = \sqrt{2gh}$ **[1п]**, а из другог $v_2 = \sqrt{2g(h+H)}$ **[1п]**. Оба млаза изводе "хоризонталан хитац" датим брзинама. Ако се координате пресека млазова (тачка P) из отвора не мењају, брзине млазова на изласку из отвора се такође не мењају тј. положај слободног нивоа течности у суду остаје непромењен, а то се постиже ако је $Q = Sv_1 + Sv_2$ **[4п]**. Координате тачке пресека млазова су $x_P = v_1 t_1 = v_2 t_2$ **[2п]** и $y_P = h + \frac{gt_1^2}{2} = h + H + \frac{gt_2^2}{2}$ **[4п]**.

Решавањем претходних једначина добијамо $x_P = \frac{Q^2}{4gS^2} - \frac{gS^2H^2}{Q^2} \approx 119{,}9\,\mathrm{cm}$ **[3+1п]** и $y_P = \frac{Q^2}{4gS^2} + \frac{gS^2H^2}{Q^2} \approx 129{,}9\,\mathrm{cm}$ **[3+1п]**. (међукораци $v_1 = \frac{Q}{2S} - \frac{gHS}{Q}$, $v_2 = \frac{Q}{2S} + \frac{gHS}{Q}$, $x_P^2 = \frac{v_1^2 v_2^2}{g^2}$, $y_P = \frac{v_1^2 + v_2^2}{2g}$)

4. По отварању вентила вода ће почети да испуњава десни суд, а како се температура ваздуха не мења процес сабијања ваздуха је изотермски. Све релевантне величине су приказане на слици 2. Вода ће престати да се улива у десни суд када је испуњен услов $p_2 + \rho g h_2 = p_{at} + \rho g h_1$ **[4п]**. Количина воде која је истекла из левог суда једнака је количини воде која се улила у десни суд тако да важи $\rho \cdot \frac{d_1^2 \pi}{4} \cdot (H_1 - h_1) = \rho \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} \cdot h_2$ **[4п]**. За изотермско сабијање ваздуха важи једначина $p_1 \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} H_2 = p_2 \cdot \frac{d_2^2 \pi}{4} (H_2 - h_2)$ **[4п]**.

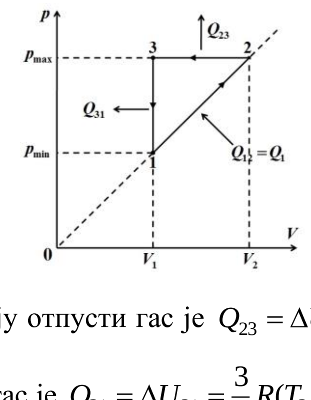
Тражена величина је h_2. Решавањем претходних једначина добијамо квадратну једначину по h_2, $\left[\frac{d_2^2}{d_1^2} + 1\right] \cdot h_2^2 - \left[\frac{p_{at}}{\rho g} + H_1 + \left(\frac{d_2^2}{d_1^2} + 1\right) H_2\right] \cdot h_2 + \left[\frac{(p_{at} - p_1)}{\rho g} + H_1\right] \cdot H_2 = 0$ **[3п]**, чија су решења $h_{2,1} \approx 5{,}386\ \mathrm{m}$ **[2п]** и $h_{2,2} \approx 0{,}704\ \mathrm{m}$ **[2п]**. Физички оправдано је друго решење тако да је тражена висина једнака $h_2 = h_{2,2} \approx 0{,}7\ \mathrm{m}$ **[1п].**



слика 2

5. За процес $1 \to 2$ (слика 3) важи једначина $T = \alpha V^2$ и ако искористимо једначину стања идеалног гаса $pV = nRT$ добијамо $pV = nR\alpha V^2$ тако да је $p = nR\alpha \cdot V$ па је на $p - V$ дијаграму зависност притиска од запремине права линија (слика 4). За процес $2 \to 3$ је $T = \beta V$, где је β позитивна константа, и ако искористимо једначину стања идеалног гаса $pV = nRT$ добијамо $p = nR\beta = const$ што указује да је процес изобарски. Процес $3 \to 1$ је изохорски. Из једначине стања идеалног гаса $T = \frac{p}{nR} \cdot V$ па је изобара $p = const$ на $T - V$ дијаграму представљена правом линијом $T = k \cdot V$, где је $k = \frac{p}{nR} = const$(слика3). На основу претходног разматрања и слике 3 можемо да установимо да је $p_2 = p_3 = p_{max}$ и $p_1 = p_{min}$. Дати циклус можемо да представимо на $p - V$ дијаграму (слика 4).

слика 3



слика 4

За процес $2 \to 3$ количина топлоте коју отпусти гас је $Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_3) + p_{max}(V_2 - V_1)$ **[2п]**. За процес $3 \to 1$ количина топлоте коју отпусти гас је $Q_{31} = \Delta U_{31} = \frac{3}{2} R(T_3 - T_1)$ **[2п]** тако да је укупна топлота коју гас отпусти $Q_2 = Q_{23} + Q_{31} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + p_{max}(V_2 - V_1)$ **[1п]**. У процесу $1 \to 2$ гас прима количину топлоте $Q_{12} = Q_1 = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{(p_{max} + p_{min})(V_2 - V_1)}{2} = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) + \frac{3 p_{max}(V_2 - V_1)}{4}$ **[3п],** при чему је искоришћено $\frac{p_{max}}{p_{min}} = 2$.

Једначина за процес $1 \to 2$ је $\frac{p_{max}}{V_2} = \frac{p_{min}}{V_1}$ **[1п]**, за процес $2 \to 3$ је $\frac{V_2}{T_2} = \frac{V_1}{T_3}$ **[1п]**, док је за процес $3 \to 1$ $\frac{p_{max}}{T_3} = \frac{p_{min}}{T_1}$ **[1п]**. Из претходних једначина добијамо $T_3 = 2T_1$ **[1п]**, $T_2 = 2T_3$ **[1п]** и $T_2 = 4T_1$ **[1п]**. Једначине за стања 2 и 3 су редом $p_{\max} V_2 = RT_2$ и $p_{\max} V_1 = RT_3$ па је $p_{max}(V_2 - V_1) = RT_2 - RT_3 = 2RT_1$ **[1п]** . Даље је $Q_1 = 6RT_1$ **[1п]** и $Q_2 = \frac{13}{2} RT_1$ **[1п]** тако да је $RT_1 = \frac{Q_1}{6}$ па је $Q_2 = \frac{13}{12} Q_1 = 130\,\mathrm{J}$ **[2+1п]**.

(У свим задацима признати и друге тачне начине решавања са еквивалентним начином бодовања)