

Фотони и Боров услов квантовања

1. Хомогена лопта полупречника $r = 1 \text{ mm}$ осветљава се хомогеним, широким, паралелним ласерским снопом. Ласерско зрачење је циркуларно поларисано и његова таласна дужина је $\lambda = 10 \text{ mm}$. Лопта, која у полетном тренутку мирује, почиње да се креће. Колики пут пређе центар масе лопте за време док се лопта обрне око своје осе, ако је интензитет ласерског зрачења константан? Сматрати да је лопта апсолутно црно тело и занемарити ефекте гравитације. Момент инерције лопте у односу на осу која пролази кроз њен центар је $I = \frac{2}{5}mr^2$, где је m маса, а r полупречник лопте. (Упутство: монохроматско, циркуларно поларисано ласерско зрачење посматрајте као скуп фотона исте енергије, импулса и мометна импулса. Момент импулса сваког фотона је \hbar .)
2. Крајем XIX века Томсон је предложио модел атома популарно назван *шљиве у тудингу*. По овом моделу електрони се крећу унутар позитивно наелектрисаног језгра. Примењујући Боров услов квантовања одредити полупречнике стационарних орбита, као и брзине електрона на стационарним орбитама за „модификовани Томсонов модел”, по коме се се електрони могу кретати по кружним путања и унутар и изван језгра. Сматрати да је језгро равномерно наелектрисана лопта полупречника R . Укупно наелектрисање језгра је Ze . За које вредности R се добијени резултати не разликују од резултата у Боровом моделу?
3. Из Бор-Зомерфелдовога постулата за кретање честице у потенцијалном пољу следи правило квантовања $\oint p dq = 2\pi\hbar n$, где је n природан број, док се интеграција врши по затвореној трајекторији честице. Користећи овај услов одредити дозвољене вредности енергије за честицу масе m која се креће у:
 - а) у једнодимензионој потенцијалној јами ширине l ;
 - б) у једнодимензионом потенцијалном пољу $U = \frac{\alpha x^2}{2}$;
 - в) у пољу централне силе $U = -\frac{\alpha}{r}$ по кружној путањи.
4. **Гравитациони црвени помак и мерење масе звезде, Норвешка 1996.**
 - а) Фотон учестаности f има ефективну инерцијалну масу m која је одређена његовом енергијом. Како је инерцијална маса једнака гравитационој, фотон, емитован са површине звезде, губи своју енергију напуштањем гравитационог поља. Показати да је промена учестаности Δf фотона, који са површине звезде оде бесконачно далеко од ње, за $\Delta f \ll f$ дата са:

$$\frac{\Delta f}{f} \sim -\frac{GM}{Rc^2},$$

где је G гравитациона константа, R полупречник звезде, c брзина светлости и M маса звезде. Дакле, црвени помак познате спектралне линије, мерен далеко од звезде, може се користити да се одреди однос M/R . Када се зна R може се одредити маса звезде.

- б) Космички брод без посаде лансиран је у току мерења масе M и полупречника R звезде у нашој галаксији. Док се брод приближава звезди, крећући се у правцу њеног центра, фотони, које емитују јони He^+ са површине звезде региструју се резонантном ексцитацијом снопа He^+ у комори унутар космичког брода. Резонантна апсорпција се дешава само ако ови јони He^+ имају, у односу на звезду брзину која тачно компензује црвени помак. Брзина ($v = \beta c$) јона He^+ у космичком броду, у односу на звезду при резонантној апсорпцији, мери се у функцији растојања d од (најближе) површине звезде. Експериментални подаци су дати у приложеној табели. Одредити масу M и полупречник звезде R користећи у потпуности ове податке графичким приказом. Није потребна процена грешке у одређивању ових величина. Подаци о условима резонанце:

параметар брзине	$\beta = \frac{v}{c} [10^{-5}]$	3,352	3,279	3,195	3,077	2,955
удаљеност од звезде	$d [10^8 \text{ m}]$	38,90	19,96	13,32	8,99	6,67

- в) Када се у оваквом експерименту одређују R и M , уобичајено је да се разматра поправка, због узмака атома који емитују. [Термално кретање условљава ширење емисионе линије али не и померање максимума линије, па можемо претпоставити да сви термални ефекти могу бити узети у обзир.]
- (i) Нека је E разлика енергија између два атомска нивоа, када атом мирује. Претпоставимо да атом који мирује емитује фотон и при томе трпи узмак. Извести релативистички израз за енергију емитованог фотона hf у функцији E и полетне масе мировања атома m_0 .
- (ii) Нумерички оцените релативну промену учестаности $(\Delta f/f)_{uzmak}$ за He^+ јоне. Резултат би требало да буде знатно мањи од гравитационог помака из дела б). Брзина светлости $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Енергија мировања He $m_0 c^2 = 4 \times 938 \text{ MeV}$.